RWTH Aachen
Institut für Theorie der Statistischen Physik

Prof. H. Schoeller
Dr. U. Kahlert, S. Göttel

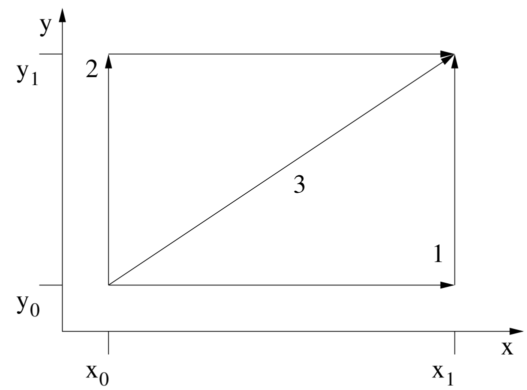
WS 2013/14 **Statistische Physik – Präsenzübung** keine Abgabe

1. Vollständiges Differential

In Übung 1, Aufgabe 1c haben Sie den Differentialausdruck $y^3\,dx + (2\,x\,y^2 + 1)\,dy$ betrachtet und gezeigt, dass dieser kein vollständiges Differential darstellt. Zeigen Sie explizit, dass das Integral über diesen Ausdruck entlang verschiedener Wege unterschiedlich ist. Integrieren Sie hierzu

$$\int_{1,2} y^3\,dx + (2\,x\,y^2 + 1)\,dy$$

entlang der skizzierten Wege 1 und 2.



Der integrierende Faktor, der obigen Differentialausdruck in ein vollständiges Integral überführt, ist $\mu(x, y) = 2/y$. Zeigen Sie, dass

$$\int_{1,2} \mu(x, y)\,\big(y^3\,dx + (2\,x\,y^2 + 1)\,dy\big)$$

für beide Wege gleich ist.
Sie können zur weiteren Übung auch

$$\int_{3} \mu(x, y)\,\big(y^3\,dx + (2\,x\,y^2 + 1)\,dy\big)$$

bestimmen.

2. Legendre-Transformation

Betrachten Sie die Funktion

$$U(S, V, N) = a\,\frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} + b\,\frac{S^2}{V^{2/3}\,N^{1/3}},$$

worin a, b positive Konstanten sind.
Wir definieren

$$T = \left(\frac{\partial U}{\partial S}\right)_{V,N},\ p = -\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_{S,N},\ \mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{S,V}.$$

a) Zeigen Sie, dass U extensiv ist.

b) Wie lautet die Gibbs-Duhem-Relation bzgl. T, p und μ?

c) Berechnen Sie die Legendre-Transformierte $F(T, V, N)$. Es soll also S durch T ersetzt werden.

d) Verifizieren Sie die Integrabilitätsbedingung für die Variablen T und V.
Hinweis: Mit der Nomenklatur der Vorlesung ist $x = S$, $X = T$, $y = V$, $Y = -p$.